Тема 3. Обобщенная модель предконтрактного оппортунизма и фильтрации в условиях нулевой переговорной силы агентов

В общем виде данная модель описывает отношения принципала и агента, где главное различие между ними заключается в информированности относительно типа агента в условиях асимметричности информации. Как уже говорилось, принципал — это неинформированная сторона, а агент — информированная. Можно выделить модели с дискретными и непрерывными функциями полезности агента по типу. Из числа первых простейшей моделью является модель с двумя типами агентов.

Модель с двумя типами агентов

Постановка проблемы

Итак, имеется принципал и два агента. Функция полезности агента имеет вид $U_A = U_A(\theta, q)$. Переменная q в наиболее общем смысле представляет собой благо, получаемое агентом, которое может измеряться в единицах денег, товаров, качества и т. д.. Параметр θ определяет тип агента, под которым понимается отношение агента к q. В качестве типов агентов могут выступать продавцы «слив» и «лимонов», покупатели с различной оценкой товара, потенциальные работники с различной производительностью. Поскольку имеется два агента, данный параметр может принимать два значения:

$$\theta = \begin{cases} \theta_1, \text{с вероятностью } p \\ \theta_2, \text{с вероятностью } 1-p. \end{cases}$$

Допустим, что агент — рискофоб, так что $\frac{\partial U_A(\theta,q)}{\partial q} > 0, \frac{\partial^2 U_A(\theta,q)}{\partial q^2} < 0$. В то же время $\frac{\partial U_A(\theta,q)}{\partial \theta}, \frac{\partial^2 U_A(\theta,q)}{\partial q \partial \theta} > 0$. Увеличение общей U_A и предельной полезности $U_A'(q)$ агента по θ принято обозначать как «условие Спенса-Миррлиса» или «условие однократного пересечения». Графически данное условие выражается в том, что наклон кривой безразличия агента тем круче, чем больше значение θ (рис. 1.3). Таким образом, данный параметр определяет ценность для агента дополнительной единицы получаемого блага.

Задача агента имеет вид:

$$U_A(\theta,q)-m \to \max_{q,m},$$

где m — издержки, которые несет агент, например, отдаваемый продавцом товар или деньги, потраченные на покупку товара покупателем. В классической модели неблагоприятного отбора допускается либо вогнутость функции полезности и линейность функции издержек (как в данном случае), либо линейность функции полезности и выпуклость функции издержек. Оба эти случая объединяет то, что предельная отдача от издержек с их ростом падает либо по причине убывания предельной полезности получаемого блага, либо по причине возрастания предельных издержек. Соответственно, в плане отношения к риску допускается либо рискофобия агента при рисконейтральности принципала (вогнутая функция полезности и линейная функция издержек), либо рисконейтральность агента и рискофилия принципала (линейная функция полезности и выпуклая функция издержек).

Принципал предлагает агенту контракт вида $q(m)$, т. е. в обмен на определенное количество одного вида блага m он отдает сколько-то единиц другого вида блага q. Производство последнего сопряжено для него с издержками, так что $c=c(q)$. Если допустить, что принципал является рисконейтралом, его функция полезности, которую он максимизирует, линейна по m:

$$U_P(m,q)=m-c(q) \to \max_{q,m}.$$

Для лучшего понимания проблемы неблагоприятного отбора следует сравнить две ситуации, в одной из которых имеет место симметричная информация о типе агента и, соответственно, данная проблема отсутствует, а в другой — информация о типе агента является асимметричной.

Симметричная информация

В случае симметричной информации принципал имеет возможность предложить такие контракты, которые позволят ему изъять весь излишек обоих агентов, т. е. каждому агенту будет предложено такое значение q_i, при котором $m_i=U(\theta_i,q_i)$. Изъятие всего излишка агентов могло бы иметь место в случае монополии, осуществляющей совершенную ценовую дискриминацию. При этом, в соответствии с маржинальным принципом имеет место равенство $U_A'(q_i)=c'(q_i)$, т. е. каждому агенту будет предложено такое количество блага q, при котором предельные издержки его производства будут равны его предельной полезности для данного агента (рис. 1.3).

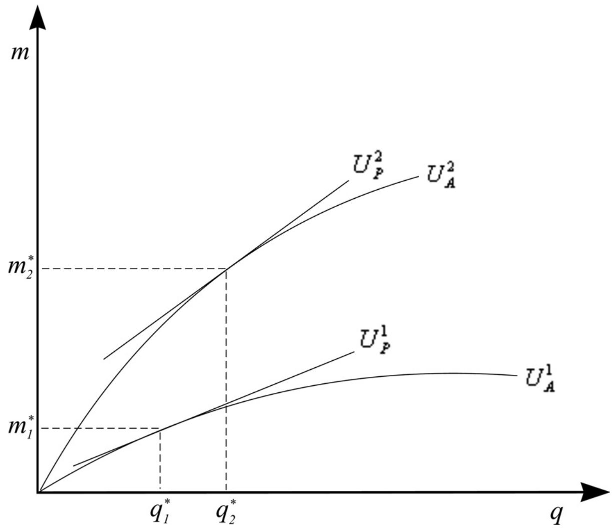

Рис. 1.3. Оптимальные контракты в случае симметричной информации о типе агента

На рис. 1.3 иллюстрируется ситуация симметричной информации. Графики вогнутых функций — это кривые безразличия с нулевой полезностью для двух типов агентов. Вогнутость кривых отражает рискофобию агентов. Графики линейных функций являются изопрофитами, представляющими комбинации m_i и q_i, которые обеспечивают принципалу один и тот же уровень полезности. Форма изопрофит отражает допущение о постоянстве предельных издержек по q в случае вогнутости функции полезности агента. Легко заметить, что увеличение полезности агентов имеет место при смещении их кривых безразличия вправо вниз, тогда как увеличение полезности принципала будет происходить при смещении изопрофит влево вверх.

Асимметричная информация

В случае асимметричной информации допускается, что принципал не знает тип конкретного агента, но знает распределение долей агентов каждого типа, p и $(1 - p)$. Контракт, оптимальный для симметричной информации, в данном случае будет неоптимален, поскольку агенты второго типа, вместо предназначенного для них контракта (q_2^*, m_2^*) выберут контракт (q_1^*, m_1^*), предназначенный для агентов первого типа. Это связано с тем, что поскольку функция полезности возрастает по θ, то

$U_A(\theta_2, q_1) - m_1 = U_A(\theta_2, q_1) - U_A(\theta_1, q_1) > 0 = U_A(\theta_2, q_2) - m_2$. Например, если $U(\theta, q) = \theta q$, тогда

$$\theta_2 q_1 - m_1 = \theta_2 q_1 - \theta_1 q_1 = q_1(\theta_2 - \theta_1) > 0 = \theta_2 q_2 - m_2,$$

Таким же образом можно показать, что агенты первого типа не могут выбрать контракт, предназначенный для агентов второго типа, поскольку $U_A(\theta_1, q_2) - m_2 = U_A(\theta_1, q_2) - U_A(\theta_2, q_2) < 0 = U_A(\theta_1, q_1) - m_1$. Отрицательная полезность в данном случае также объясняется тем, что функция полезности возрастает по θ. Увеличение полезности второго агента в результате выбора контракта, предназначенного для агента первого типа, и уменьшение полезности агента первого типа от выбора контракта для второго агента иллюстрируется на графике в виде смещения кривых безразличия. Для агента второго типа выбор контракта агента первого типа означает смещение его кривой безразличия вправо вниз, тогда как аналогичное действие первого агента вызовет смещение его кривой безразличия влево вверх, что, как уже говорилось, означает, соответственно, увеличение и уменьшение полезности (рис. 2.3, 3.3.), так что все агенты выберут контракт (q_1^*, m_1^*), а такой результат принято обозначать как *смешивающее равновесие.*

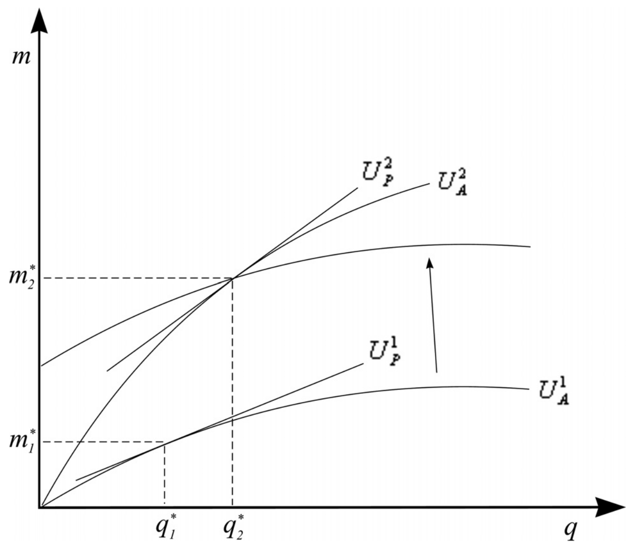

Рис. 2.3. Уменьшение полезности агента первого типа в результате выбора контракта, предназначенного для агента второго типа

Фильтрация в случае нулевой переговорной силы агента

Задача принципала в данном случае заключается в разграничении агентов, которое он мог бы осуществить, предложив меню контрактов. Поскольку имеется два типа агентов, то и меню контрактов также включало бы в себя два варианта. Параметры каждого из вариантов должны быть такими, чтобы каждому агенту было выгодно выбрать контракт, предназначенный именно для него.

Более выгодное для принципала меню контрактов включало бы в себя предназначенный для второго агента контракт с параметрами, позволяющими ему достигнуть той же кривой безразличия, которой соответствует и контракт (q_1^*, m_1^*). Увеличение полезности принципала здесь имело бы место в результате перемещения на более высокую по сравнению со смешанным равновесием изопрофиту для агентов второго типа (рис. 3.3).

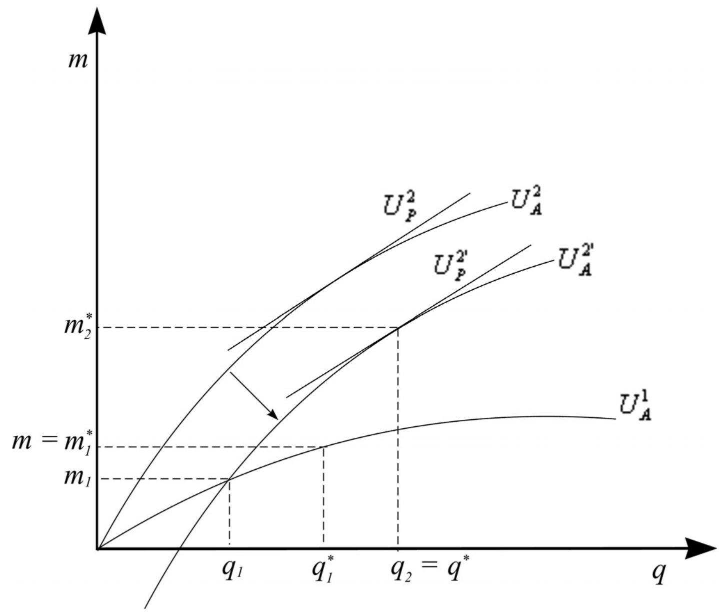

Рис. 3.3. Оптимальные контракты в случае асимметричной информации о типе агента

Итак, у принципала и в этой ситуации имеется возможность максимизировать свою полезность, предложив такое (субооптимальное) меню контрактов, которое разграничит агентов. Субоптимальным данное меню является, поскольку, как видно на графике, оно обеспечивает принципалу достижение изопрофиты, находящейся ниже той изопрофиты, которая ему была доступна в условия симметричной информации. Задача на нахождение условного максимума полезности принципала в данном случае будет иметь вид:

$$p(m_1 - c(q_1)) + (1-p)(m_2 - c(q_2)) \to \max_{m_1, q_1, m_2, q_2}$$

при условиях

$$U_A(\theta_1, q_1) - m_1 \geq 0 \qquad (IR_1)$$
$$U_A(\theta_2, q_2) - m_2 \geq 0 \qquad (IR_2)$$
$$U_A(\theta_1, q_1) - m_1 \geq U_A(\theta_1, q_2) - m_2 \qquad (IC_1)$$
$$U_A(\theta_2, q_2) - m_2 \geq U_A(\theta_2, q_1) - m_1 \qquad (IC_2)$$

В данном случае первые два условия (IR_i) обозначаются как *ограничения участия* (participation constraints), а следующие два условия (IC_i) — как *ограничения самоотбора.*[18] Первая группа ограничений представляет условия, при которых агент примет контракт, а вторая группа ограничений задает условия, обеспечивающие выбор каждым агентом того контракта, который предназначен именно для него.

Можно доказать, что оптимальное для принципала меню контрактов характеризуется несколькими свойствами.

1. (IR_1) и (IC_2) превращаются в равенства. Рассуждая от противного, допустим, что (IR_1) и (IC_2) неэффективны, т. е. принципалом не исчерпаны все возможности для получения дополнительной полезности. Используя (IR_1) и (IC_2), запишем

$$U_A(\theta_2, q_2) - m_2 \geq U_A(\theta_2, q_1) - m_1 > U_A(\theta_1, q_1) - m_1,$$

поскольку функция полезности агента является положительной по θ. Если (IR_1) неэффективно, то $U_A(\theta_1, q_1) - m_1 > 0$, т. е. m_1 и m_2 можно увеличить на малую величину и, соответственно, увеличить полезность принципала, не нарушая ограничений самоотбора.

Далее, неэффективность (IC_2) при условии эффективности (IR_1) можно выразить следующим образом:

$$U_A(\theta_2, q_2) - m_2 > U_A(\theta_2, q_1) - m_1 > U_A(\theta_1, q_1) - m_1 = 0,$$

т. е., опять-таки, можно увеличить m_2 на малую величину, не нарушая ограничений самоотбора.

---

[18] Ограничения участия могут также обозначаться как “individual rationality constraints” — «ограничения индивидуальной рациональности», а ограничения самоотбора — как “incentive compatibility constraints”, т. е. «ограничения совместимости стимулов».

2. (IR_2) и (IC_1) выступают как строгие неравенства. Поскольку (IR_1) и (IC_2) эффективны, то

$$U_A(\theta_2,q_2)-m_2=U_A(\theta_2,q_1)-m_1\geq U_A(\theta_1,q_1)-m_1=0,$$

и, значит, $U_A(\theta_2,q_1)-m_1>0$, поскольку $U_A(\theta_2)>U_A(\theta_1)$ и, следовательно, $U_A(\theta_2,q_2)-m_2>0$.

Далее, можно записать (IC_2) как эффективное условие и (IC_1) следующим образом:

$$m_2-m_1=U_A(\theta_2,q_2)-U_A(\theta_2,q_1);$$
$$m_2-m_1\geq U_A(\theta_1,q_2)-U_A(\theta_1,q_1).$$

Поскольку $U_A(\theta_2)>U_A(\theta_1)$, то $U_A(\theta_2,q_2)-U_A(\theta_2,q_1)>U_A(\theta_1,q_2)-U_A(\theta_1,q_1)$ и, следовательно, $m_2-m_1>U_A(\theta_1,q_2)-U_A(\theta_1,q_1)$, т. е. $U_A(\theta_1,q_1)-m_1>U_A(\theta_1,q_2)-m_2$. Следует отметить, что превращение данных условий в строгие неравенства означает их неэффективность. Речь идет о том, что агент второго типа получает часть ренты, которую в случае симметричной информации получил бы принципал, а агент первого типа получил бы отрицательную полезность, выбрав не предназначенный для него контракт. Кроме того, как было только что показано, из первого свойства с необходимостью вытекает второе. Это означает, что этими двумя условиями принципал может пренебречь, когда решает задачу на нахождение условного максимума своей полезности, и руководствоваться только двумя вышеописанными эффективными условиями. Таким образом, в его оптимизационной задаче остается только два условия, выступающих в виде равенств.

3. $q_2\geq q_1$. Сложив (IC_1) и (IC_2) и сократив m_1 и m_2, получим следующее неравенство:

$$U_A(\theta_2,q_2)-U_A(\theta_2,q_1)\geq U_A(\theta_1,q_2)-U_A(\theta_1,q_1).$$

Данное неравенство выполнялось бы как строгое равенство в случае равенства $q_2=q_1$, поскольку в этом случае обе части выражения были бы равны нулю. Обратный же знак неравенства, т. е. $q_2\leq q_1$, исключается тем, что функция полезности возрастает по θ, так что соответствующая отрицательная величина в правой части была бы по модулю больше, чем во второй, т. е. имело бы место противоречие с вышеприведенным неравенством.

4. $q_2=q_2^*;q_1<q_1^*$. Оптимальное значение q предполагает, что $c'(q_2)=U'(q_2,\theta_2)$, т. е. предельные издержки равны предельной полезности индивида второго типа по q.

Нужно доказать, что максимизация полезности принципала имеет место при равенстве предельных издержек предельной полезности по q для второго агента и при превышении предельной полезности предельных издержек по q для первого агента. Из вышеприведенных ограничений выразим стоимость меню контрактов

$$\begin{cases} m_1 = U(\theta_1, q_1) \\ m_2 = m_1 + U(\theta_2, q_2) - U(\theta_2, q_1) = U(\theta_1, q_1) + U(\theta_2, q_2) - U(\theta_2, q_1) \end{cases}$$

и, подставив ее в функцию полезности принципала, получим

$$\begin{aligned} & p(m_1 - c(q_1)) + (1-p)(m_2 - c(q_2)) = \\ & = p(U(\theta_1, q_1) - c(q_1)) + (1-p)(U(\theta_1, q_1) + \\ & + U(\theta_2, q_2) - U(\theta_2, q_1) - c(q_2)). \end{aligned}$$

Разделив данное выражение на p, имеем

$$\begin{aligned} & (U(\theta_1, q_1) - c(q_1)) + \frac{(1-p)}{p}(U(\theta_1, q_1) + U(\theta_2, q_2) - \\ & - U(\theta_2, q_1) - c(q_2)) \to \max_{q_1, q_2} \end{aligned}$$

Решая задачу максимизации, по условиям первого порядка получим

$$c'(q_2) = U'(\theta_2, q_2) \Rightarrow q_2 = q_2^*;$$

$$c'(q_1) = U'(\theta_1, q_1) - \frac{1-p}{p}(U'(\theta_2, q_1) - U'(\theta_1, q_1)) \Rightarrow q_1 \le q_1^*,$$

что и требовалось доказать.

Таким образом, субоптимальное меню контрактов обеспечивает оптимальную величину q для второго агента и меньшую оптимального уровня величину q для первого агента. Данный результат выявляет смысл важнейшего для теории контрактов понятия *информационной ренты.* Последняя представляет собой полезность, получаемую агентом второго типа благодаря возможности выдать себя за агента первого типа и выбрать контракт, предназначенный для него.

Обобщение модели для дискретных и непрерывных функций полезности агента по типу

Как уже говорилось в начале данного раздела, модель с двумя типами агентов является частным случаем модели с дискретной функцией полезности агента по типу с *n* типами. В последнем случае задача агента также имеет вид:

$$U(\theta_i, q_i) - m_i \to \max_{q_i, m_i},$$

где тип агента θ_i может принимать различные значения с вероятностями p_i, $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, и θ_i возрастает по *i*.

Задача принципала тогда будет иметь следующий вид:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i (m_i - c(q_1)) \to \max_{m_i, q_i}$$

при ограничениях участия и самоотбора

$$U_A(\theta_i, q_i) - m_i \geq 0 \qquad (IR_i)$$
$$U_A(\theta_i, q_i) - m_i \geq U_A(\theta_i, q_j) - m_j \qquad (IC_i)$$

Обобщая вышеизложенное, перечислим основные свойства оптимального меню контрактов в моделях с дискретной функцией полезности агента по типу:

1. Агенты наивысшего типа, т. е. агенты с θ_n выбирают контракт с эффективным значением *q*.

2. Агенты всех типов, кроме наивысшего типа, выбирают контракт с неэффективным значением *q*, причем, чем ниже тип, тем больше разница между выбираемым и эффективным значением *q*.

3. Агенты всех типов, кроме агентов самого низкого типа, получают информационную ренту, являющуюся положительной функцией типа.

4. Агенты самого низкого типа получают нулевую ренту.

5. Агенты всех типов, кроме агентов самого низкого типа, получают одинаковую полезность при выборе своего контракта и контракта, предназначенного для следующего в сторону уменьшения типа.

Когда функция полезности агента по типу является непрерывной с областью определения $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$, значения типов распределены в соответствии с некоторой функцией распределения $F(\theta)$, где $f(\theta) = F'(\theta)$ — функция плотности распределения типов, задача принципала, по-прежнему, сводится к максимизации математического ожидания своей полезности, т. е. она имеет следующий вид:

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}(m(\theta)-c(q(\theta)))f(\theta)d\theta \to \max_{m(\cdot),q(\cdot)}$$

или, что то же самое,

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}(m(\theta)-c(q(\theta)))dF(\theta) \to \max_{m(\cdot),q(\cdot)}$$

при ограничениях участия и самоотбора

$$U_A(\theta,q(\theta))-m(\theta)\geq 0 \quad \forall\theta \qquad (IR)$$
$$U_A(\theta,q(\theta))-m(\theta)\geq U_A(\theta,q(\theta'))-m(\theta') \quad \forall\theta,\theta' \qquad (IC)$$

Решение данной задачи при условии, если $\frac{\partial q}{\partial\theta}>0$ на всей области определения, дает следующее равенство:

$$c'(q(\theta))=U_q(\theta,q(\theta))-\frac{U_{q\theta}(\theta,q(\theta))}{h(\theta)},$$

где $h(\theta)=\frac{f(\theta)}{1-F(\theta)}$ — коэффициент ущерба. Поскольку чем ближе к наивысшему типу, тем ближе значение функции распределения к единице, то

$$h(\bar{\theta})=\frac{f(\bar{\theta})}{1-F(\bar{\theta})}\to\infty\Rightarrow\frac{U_{q\theta}(\bar{\theta},q(\bar{\theta}))}{h(\bar{\theta})}\to 0\Rightarrow c'(q(\bar{\theta}))\approx U_q(\theta,q(\bar{\theta})).$$

Таким образом, наивысший тип единственный получает оптимальное значение q, соответствующее равенству предельных издержек и предельной полезности. По мере же удаления значения типа агента от наивысшего имеет место и увеличение разницы между предельными издержками и предельной полезностью. В результате агент наивысшего типа получает максимальную величину информационной ренты, которая убывает при переходе ко все более низким типам вплоть до нуля для самого низкого типа.

Вопросы

1. Почему в случае асимметричной информации о типе агента и полной переговорной силы принципала агенту высшего типа выгодно выбрать контракт, предназначенный для агента низшего типа, а аген-

там низшего типа невыгодно выбрать контракт, предназначенный для агентов высшего типа?
2. Объясните, почему оптимальное для принципала меню контрактов предполагает, что ограничение самоотбора для агентов высшего типа будет выполняться как равенство.
3. Объясните, почему оптимальное для принципала меню контрактов предполагает, что ограничение участия для агентов низшего типа будет выполняться как равенство.
4. В модели с двумя типами агентов который из агентов, низший или высший, будет получать оптимальное количество блага и почему?
5. Агенты какого типа не получают информационной ренты в случае полной переговорной силы принципала и почему?

Задачи с решениями

1. Работодатель нанимает работника, который с вероятностью $p = 0{,}3$ может быть трудолюбивым и с вероятностью $1-p$ может оказаться лентяем. Функция прибыли работодателя имеет вид $\pi(w,q) = 50q - w$, где q — количество отрабатываемых работниками часов, а w — заработная плата. Функция полезности работника имеет вид $U_A(w,q) = \ln w - \theta q$, где θ — параметр, который может принимать два значения $\theta \in \{1,2\}$, определяет тягость труда для работника. В результате работы на альтернативном месте работник мог бы получить полезность в размере 1.

Определить:

а. контракты, которые работодатель предложит работникам в случае симметричной информации об их отношении к работе;

б. как проявится проблема неблагоприятного отбора в случае асимметричности информации об отношении работников к работе.

Решение

а. Здесь работодатель максимизирует свою прибыль, предлагая каждому работнику предназначенный для него контракт, удовлетворяющий ограничению участия как равенства:

$$\pi = 50q - w \to \max_{q_i, w_i}$$

$$\text{при } \ln w_i - \theta_i q_i = 1.$$

Лагранжиан этой задачи будет иметь вид:

$$L = 50q_i - w_i + \lambda(\ln w_i - \theta_i q_i - 1),$$

откуда получаем

$$L'(q_i) = 50 - \lambda\theta_i = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{50}{\theta_i}.$$

$$L'(w_i) = -1 + \frac{\lambda}{w_i} = 0 \Rightarrow w_i = \lambda;$$

$$w_1 = 50; w_2 = 25.$$

Подставляя найденные ставки заработной платы в ограничение участия, найдем рабочее время обоих работников:

$$q_i = \frac{\ln w_i - 1}{\theta_i};$$

$$q_1 = \ln 50 - 1 \approx 2{,}91;$$

$$q_2 = \frac{\ln 25 - 1}{2} \approx 1{,}1.$$

Таким образом, меню контрактов будет иметь вид:

$$\begin{cases} w[q \mid q = 1{,}1] = 25 \\ w[q \mid q = 2{,}91] = 50. \end{cases}$$

б. В случае асимметричности информации трудолюбивый работник может получить дополнительный выигрыш, если выберет контракт, предназначенный для лентяя. Для того чтобы это увидеть, можно сравнить его полезность при выборе своего и «чужого» контракта:

$$U_1^2 = \ln w_2 - \theta_1 q_2 = \ln 25 - 1{,}1 = 2{,}11;$$

$$U_1^1 = \ln w_1 - \theta_1 q_1 = \ln 50 - 2{,}91 = 1.$$

Итак, при выборе своего контракта более трудолюбивый работник получает полезность, равную альтернативной полезности, а при выборе «чужого» контракта он получает полезность, бульшую альтернативной. Следовательно, он выберет контракт, предназначенный для лентяя. Теперь можно задаться вопросом, какой контракт выберет лентяй, для чего нужно сравнить его полезность при выборе своего и «чужого» контрактов:

$$U_2^1 = \ln w_1 - \theta_2 q_1 = \ln 50 - 2\times 2{,}91 = -1{,}91;$$
$$U_2^2 = \ln w_2 - \theta_2 q_2 = \ln 25 - 2\times 1{,}1 = 1.$$

Как видим, лентяю лучше выбрать свой контракт. Поскольку же обоим работникам выгоднее выбрать контракт, предназначенный для лентяя, то оба его выберут, так что работники с различным отношением к работе будут работать на одних и тех же условиях. Для работодателя последнее означает, что работать останутся только лентяи. Ведь, с точки зрения работодателя, лентяй отличается от трудолюбивого только выбираемым им контрактом. Таким образом, имеет место вытеснение трудолюбивых лентяями, т. е. работников, приносящих работодателю бульшую прибыль, работниками, приносящими меньшую прибыль, в чем и заключается проблема неблагоприятного отбора.

Здесь следует сделать еще одно замечание относительно порядковых номеров, обозначающих тип агента. Некоторое замешательство может вызвать то, что в описанной модели высший и низший агенты проходили под номерами, соответственно, 2 и 1, а в данной задаче, — наоборот, под номерами 1 и 2. Однако тип агента определяется не порядковым номером как таковым, а влиянием одной и той же единицы получаемого от принципала блага на функцию полезности. В данной задаче первый агент имеет бульшую полезность в расчете на единицу получаемого блага, чем второй агент, что и позволяет ему, выбирая «чужой» контракт, получать положительную ренту. В соответствии с этим критерием, в данной задаче высшим будет не второй, а первый агент.

2. При тех же условиях, что и в задаче 1, определить

а. меню контрактов в случае асимметричности информации об отношении работников к работе;

б. экономические результаты при симметричной и асимметричной информации для работодателя и работников и прокомментировать разницу.

Решение

а. В случае асимметничности информации об отношении работника к работе задача работодателя заключается в том, чтобы предложить меню контрактов, которое бы разделило трудолюбивых и лентяев. Для этого необходимо подобрать такие значения для количества труда и заработной платы, чтобы соблюдались ограничения участия и самоотбора. При этом нас интересуют ограничения, выполняющееся как равенства. Для лентяев это будет ограничение участия, а для трудолюбивых — ограничение самоотбора:

$$\ln w_2 - 2q_2 = 1; \qquad (IR_2)$$

$$\ln w_1 - q_1 = \ln w_2 - q_2. \qquad (IC_1)$$

Отсюда выразим количества труда:

$$\begin{cases} q_2 = \dfrac{\ln w_2 - 1}{2} \\ q_1 = \ln w_1 - \ln w_2 + \dfrac{\ln w_2 - 1}{2} = \ln w_1 - \dfrac{1}{2}\ln w_2 - \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

и подставим их в функцию прибыли работодателя, которая теперь примет следующий вид:

$$\pi = 0{,}3(50(\ln w_1 - \frac{1}{2}\ln w_2 - \frac{1}{2}) - w_1) + 0{,}7(50(\frac{\ln w_2 - 1}{2}) - w_2) \to \max_{w_1, w_2}$$

По условиям первого порядка найдем ставки заработной платы:

$$\pi'(w_1) = \frac{15}{w_1} - 0{,}3 \Rightarrow w_1 = 50;$$

$$\pi'(w_2) = \frac{17{,}5}{w_2} - 0{,}7 \Rightarrow w_2 = 25.$$

Подставляя полученные ставки заработной платы в выражения для количества труда, получаем $q_1 = 1{,}8$, $q_1 = 1{,}1$. Итак, оптимальное меню контрактов будет иметь следующий вид

$$\begin{cases} w[q \mid q = 1{,}1] = 25 \\ w[q \mid q = 1{,}8] = 50. \end{cases}$$

б. В случае симметричной информации об отношении работников к работе, полезность обоих типов работников равна единице, а прибыль работодателя равна

$$\pi = 0{,}3(50q_1 - w_1) + 0{,}7(50q_2 - w_2) =$$
$$= 15 \times 2{,}91 - 15 + 35 \times 1{,}1 - 17{,}5 = 49{,}65$$

В случае же асимметричной информации, когда работодатель осуществляет фильтрацию, его прибыль составляет

$$\pi = 0{,}3(50q_1 - w_1) + 0{,}7(50q_2 - w_2) =$$
$$= 15 \times 1{,}8 - 15 + 35 \times 1{,}1 - 17{,}5 = 33,$$

полезность лентяя, по-прежнему, равна единице, а полезность трудолюбивого:

$$U_1^1 = \ln w_1 - \theta_1 q_1 = \ln 50 - 1{,}8 = 2{,}11.$$

Таким образом, асимметричность информации не оказывает никакого влияния на полезность лентяя, которая во всех случаях равна величине альтернативной полезности, тогда как полезность трудолюбивого и прибыль работодателя противоположным образом изменяются в зависимости от наличия/отсутствия асимметричности информации. Для трудолюбивого единственная возможность получения полезности, превышающей альтернативный уровень, связана с асимметричной информацией, поскольку работодатель, если он знает, с каким работником имеет дело, предложит только такой контракт, который обеспечит альтернативную полезность. В случае же асимметричной информации трудолюбивый может выбрать «чужой» контракт. Т. к. последний составлен так, чтобы обеспечить лентяю альтернативную полезность с учетом его отношения к работе, то если тот же контракт выберет трудолюбивый, отличающийся лучшим отношением к работе, этот же контракт обеспечит ему бульшую полезность, чем лентяю, т. е. больше альтернативного уровня. Этим же объясняется и то, почему прибыль работодателя в случае асимметричной информации меньше. В случае симметричной информации работодатель предлагает каждому такие условия, которые достаточны для их согласия работать, т. е. которые обеспечивают альтернативную полезность. При асимметричной же информации возникает необходимость предложения трудолюбивым работникам более выгодных условий, поскольку в противном случае они выберут «чужой» контракт и будет иметь место неблагоприятный отбор. В данном случае в целях разрешения проблемы неблагоприятного отбора трудолюбивым предлагается та же заработная плата, что и в случае симметричной информации, но в обмен за меньшее количество труда, чем и объясняется меньшая прибыль работодателя и бульшая полезность работника в случае асимметричной информации.